

# Sentido filosófico de la negación del principio del tercero excluido en la matemática transfinita

RAYMUNDO PARDO

Universidad Nacional de La Plata

Las concepciones epistemológicas de Brunschvicg, Reichenbach, Rougier, Meyerson, Enriques, etc., culminan en una teoría de la razón. El empirismo filosófico<sup>1</sup>, siguiendo de cerca los datos de las distintas ciencias (muy especialmente los de la psicología), culmina también en una teoría de la razón. El empirismo filosófico desarrolla una idea que ya estaba en germen en el empirismo clásico de S. Mill: el carácter evolutivo de la razón.

Razón: es el conjunto de los integrantes racionales. Integrante racional: es todo aquello que cae bajo la experiencia apercepto-perceptiva de una mente. Los datos de los sentidos (olores, sabores, colores, etc.), los conceptos de ser, de cantidad imaginaria, de espacio de tres dimensiones, de principio lógico, de integral definida, de cualidad primera, de elemento químico, de percepción, de cuanto, de símbolo, de dolor, de infinito, de lingüística, de período geológico . . . , etc., son integrantes racionales. El conjunto de esta experiencia constituye una determinada sistematización racional<sup>2</sup>. En este momento de la evolución cósmica coexisten infinidad de sistematizaciones. En la sistematización de un vertebrado (un gato, por ejemplo) no entran la mayor parte de los integrantes anteriormente citados y otros (como el espacio) se distinguen marcadamente de aquél del ser humano, adulto,

<sup>1</sup> Empirismo filosófico: así llamado para distinguirlo del empirismo logístico de la escuela de Viena, del empirismo de las matemáticas de Brouwer y su escuela, del empirismo de la geometría de los primeros geómetras no euclidianos y del empirismo semiótico de Morris.

<sup>2</sup> "Razón", "racional", entre comillas, será usado en sentido clásico; mejor dicho, en alguno de sus sentidos clásicos.

occidental, contemporáneo. Ciertos invertebrados carecen hasta de algunos de nuestros datos sensoriales. Esto se ve con claridad al considerar las distintas sistematizaciones (mentalidad primitiva, infantil, diferentes especies animales, psicopatológica, del sueño, etc.).

De la existencia de las llamadas verdades de "razón" (principios lógicos, juicios matemáticos) los racionalistas concluyen: "tales principios, empero, no son triviales para el filósofo, puesto que muestran que podemos tener un conocimiento indubitable no derivado de los objetos de los sentidos" (Bertrand Russell). Otros, (Farges, por ejemplo) mostrarán el fondo de sus ideas sosteniendo sin reticencias que ciertas proposiciones (principios lógicos, juicios matemáticos) son verdades en todos los tiempos y en todos los lugares (en cualquier lugar del universo), que valen para todas las especies de seres inteligentes. Son necesarios con necesidad absoluta. En resumen: la lógica es una sola, la matemática es una sola. Kant vió en la geometría de Euclides la única posible. Esto quiere decir que estaba dotada de una necesidad absoluta.

Dicho esto nos preguntamos: ¿hay algún integrante racional dotado de necesidad absoluta? De otro modo: ¿hay integrantes comunes a todas las sistematizaciones<sup>1</sup>? Repetimos: están dotados de necesidad absoluta aquellos integrantes comunes a todas las sistematizaciones; entre ellos estarían los principios lógicos y los juicios matemáticos.

No vale la pena insistir sobre los integrantes no dotados de necesidad absoluta; entre los innumerables que podríamos indicar, nos

<sup>1</sup> ¿El racionalismo sostendrá estrictamente lo que acabamos de escribir? No. El racionalismo diría que sólo gozan de necesidad absoluta aquellos integrantes comunes a los seres "inteligentes". Estos integrantes serían los juicios matemáticos y los principios lógicos. Pero nosotros planteamos el problema en toda su generalidad: ¿hay integrantes dotados de necesidad absoluta, es decir comunes a todas las sistematizaciones (hombre adulto occidental contemporáneo, primitivo, animales, sueño, mentalidad psicopatológica, etc.)? Y la razón es ésta: la especie *homo sapiens* será sustituida por otra (entre los biólogos hay unanimidad en admitir la evolución como un hecho; cosa muy distinta es ponerse de acuerdo en el mecanismo de la evolución), y esta especie estará con respecto a la *homo sapiens* en la misma relación que una gallinácea con el hombre actual occidental. De otro modo: la especie que sucederá a la *homo sapiens* ¿catalogará a ésta entre las especies "inteligentes"? ¿Calificamos nosotros de inteligente a una gallina? ¿Calificamos nosotros de "inteligente" a una anguila? Diremos: para el racionalista la expresión integrante común a todas las sistematizaciones significará: integrantes comunes a las sistematizaciones de los seres "inteligentes". Para el empirismo filosófico la misma expresión significará: integrante común a todas las sistematizaciones, sean o no de seres "inteligentes". Ya hemos dado las razones por las cuales planteamos el problema en toda su generalidad. En resumen: en cualquiera de las dos significaciones de la expresión, el carácter evolutivo de la razón es sostenible. Dada la forma que el racionalismo toma en Husserl y en Meyerson, debemos decir que ambos autores se refieren a seres "inteligentes".

podríamos referir a la ausencia en nuestra sistematización de un integrante como la luz ultravioleta, presente en la sistematización de una abeja.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, podemos formular de distintas maneras con todo rigor la cuestión que nos preocupa. Afirmar:

- a) el carácter evolutivo de la razón;
- b) la no inmutabilidad de todo integrante;
- c) la no necesidad absoluta de todo integrante<sup>1</sup>.

Se ve que son distintos modos de formular la misma pregunta.

Ya hemos dicho que el empirismo filosófico es un desenvolvimiento del empirismo clásico de S. Mill, y que siguiendo al mismo tiempo de cerca el desarrollo de distintas disciplinas afirma el carácter evolutivo de la razón. Esto es lo que hemos hecho en la tesis titulada *Ensayo sobre los integrantes racionales*. Aquí sólo consideraremos los datos de las matemáticas; o hablando con más propiedad, uno de los datos que nos ofrece la matemática transfinita<sup>2</sup>.

Fué la crisis producida por las paradojas de la teoría de los conjuntos la que condujo a la posición adoptada por Brouwer y su escuela, y que trajo como consecuencia la negación del principio del tercero excluido en este sector de la matemática. Sin embargo, diremos lo siguiente: se puede exponer y fundamentar el neo-empirismo de las matemáticas de Brouwer y su escuela sin necesidad de recurrir a las paradojas de la matemática transfinita. Es lo que haremos. Creemos que la posición esencial del empirismo matemático es independiente de tales paradojas. La escuela del empirismo en las matemáticas construye una lógica en la que no se usa el principio del tercero excluido. Esta lógica (cosa que es necesario entender para orientarse) se refiere fundamentalmente a proposiciones matemáticas (Dassen). Sus ideas fundamentales son éstas: diremos que el estado lógico de una proposición es: *verdadero en sentido brouweriano* (de un modo abreviado vr. br.) si sabemos demostrarla por construcción.

Diremos que el estado lógico de una proposición es *falso en sentido brouweriano* (de un modo abreviado: f. br.) si la proposición implica contradicción.

<sup>1</sup> Ya ha sido aclarado qué entiende el empirismo filosófico por *necesidad absoluta*.

<sup>2</sup> En *E. I. R. (Ensayo sobre los integrantes racionales)* hemos tratado con la debida extensión los datos ofrecidos por la matemática del siglo XIX y algunas de las ramas de la matemática del siglo XX.

Diremos que el estado lógico de una proposición es el estado de *tercedad demostrable* (de un modo abreviado: t. dm.) cuando sea intrínsecamente imposible establecer que la proposición es vr. br. o f. br., y siempre que se *sepa demostrar esta imposibilidad*.

Diremos que el estado lógico de una proposición es el estado de *tercedad indemostrable* (de un modo abreviado: t. indm.) si en el estado actual de la ciencia nos es imposible saber si la proposición es vr. br., f. br. o t. dm. El progreso científico permitirá quizá establecer su estado definitivo de vr. br., f. br., o t. dm.<sup>1</sup>

¿Cuál fué la idea fundamental que llevó a Brouwer y su escuela al empirismo matemático y a la construcción de tal lógica? Esta: "... la aplicación del principio del tercero excluido no puede hacerse sin restricciones más que en el seno de un dominio matemático finito y bien determinado".

"Así, pues, la lógica clásica no expresa con justeza y eficacia más que los hechos que conciernen a colecciones finitas..." (Gonseth).

"En la antigüedad se disponía de un idioma perfecto para la consideración matemática de los grupos finitos de objetos contables. La sintaxis de este idioma es la lógica, con sus tres principios: de no contradicción, tercero excluido, silogismo, que permiten pasar mecánicamente de unas proposiciones a otras sin tener en cuenta su contenido: la experiencia ratifica siempre el resultado, porque estas operaciones no son más que el correlato lingüístico (la traducción) de operaciones intuitivas efectuadas sobre un sistema de objetos finitos" (Cavailles).

Luego, no nos debe extrañar que tal lógica, construída teniendo a la vista los sistemas finitos, deje de valer *a priori* en la matemática transfinita.

Dice Wavre: "los formalistas admiten la legitimidad de la alternativa formal, puramente existencial "existe" o no "existe" y aplican a la letra los principios de la lógica clásica; los intuicionistas buscan de penetrar el sentido concreto de la alternativa y estiman que, para ser más lógicos todavía, es prudente no dejarse ilusionar por el carácter formal de los principios de la lógica" (Wavre, citado por Toranzos).

Un integrante al cual el *racionalista* no vacilaría en atribuirle ne-

<sup>1</sup> Es por no haber distinguido cuidadosamente entre los distintos estados lógicos de una proposición que Barzin y Errera creyeron encontrar contradicciones en la lógica tripartita de Brouwer. Véase *Ensayo sobre los integrantes racionales*.

<sup>2</sup> Está demás decir que tal lógica ha sido desarrollada lógicamente, entre otros por Heyting. Véase *E. I. R.*

cesidad absoluta sería el principio del tercero excluido; sin embargo, el hecho de que se ponga en duda la validez de su vigencia en un sector de la matemática, induce al empirista a no ver en él un integrante común a todas las sistematizaciones.

Quien está familiarizado con este sector de la matemática no siente la evidencia intuitiva atribuída por el racionalista a tal integrante.

Aquí llegamos a un aspecto fundamental de la filosofía empirista: tal integrante es construcción de la Asm (actividad sintética de la mente), lo que significa que su ausencia en nuestra sistematización o en la especie que nos sucederá no tiene nada de absurdo<sup>1</sup>.

La Asm crea, construye un nuevo integrante, en este caso particular los sistemas infinitos, del mismo modo como crea la bomba hidráulica o el automóvil. ¿Por qué ese nuevo integrante creado por la Asm va a estar sujeto a una lógica que rige los sistemas finitos?

En resumen: no hay nada ni en los datos, ni en el espíritu de ninguna ciencia que se oponga a la siguiente afirmación: *en nuestra sistematización de adultos, occidentales, contemporáneos, todos los integrantes están evolucionando, es decir, tienden a ser sustituidos por otros. Esto trae como consecuencia que con el tiempo nos encontramos ante otra experiencia*<sup>2</sup>.

### *Enlace del empirismo filosófico con el empirismo clásico de S. Mill*

Dijimos que en el empirismo de S. Mill se encontraba en germen la concepción del carácter evolutivo de la razón. Creemos que la insuficiencia de su psicología, o mejor dicho, de su asociacionismo, le impidió formular con toda libertad esta tesis. Tengamos en cuenta que S. Mill afirmó (y esto es fundamental) la posibilidad de la evolución de los principios lógicos y de los juicios matemáticos, violentando su asociacionismo pero de ningún modo su empirismo. El empirismo es una doctrina que desborda al asociacionismo. Hoy el empirismo acepta como dato ofrecido por la psicología la Asm. Es esta Asm uno de los factores que explican el carácter evolutivo de la razón. Recordemos que para S. Mill, al encontrarse la mente frente a *otra experiencia* nuestros integrantes evolucionarían. Su asociacionismo le

<sup>1</sup> Para el especialista en psicología comparada es cosa bien sabida la ausencia de nuestra lógica en la sistematización infantil, primitiva, psicopatológica, del sueño, etc.

<sup>2</sup> En E. I. R. exponemos extensamente el concepto de *experiencia*.

impidió ver con toda claridad que es precisamente la *Asm* uno de los factores que alteran, modifican, moldean esa *experiencia*, lo que implica la evolución de los integrantes racionales<sup>1</sup>.

En *Ensayo sobre los integrantes racionales* hemos hecho un estudio comparativo entre el empirismo filosófico y la concepción de la razón de otras corrientes filosóficas contemporáneas (Meyerson, Husserl, Brouwer, Spengler, Lévy-Brühl, Scheler, Boas, Wallon, etc.). Aquí sólo diremos esto: lo que Scheler sostiene (junto con Lévy-Brühl, Spengler, Boas, Wallon, etc.) es la evolución de las categorías, pero no de la razón o facultad para captar cualquier sistema de categorías<sup>2</sup>.

Por ejemplo: Lévy-Brühl sostiene que la mente del primitivo no está regida por nuestros principios lógicos, pero ello no es obstáculo para que un niño perteneciente a una sociedad primitiva al ser transportado a otro tipo de sociedad (la del hombre occidental contemporáneo) sea capaz de asimilarse el sistema de categorías característico de esta sociedad. En resumen: Lévy-Brühl y con él Max Scheler (y otros) sostendrán la evolución de las categorías, pero no la evolución de la razón entendida como facultad o disposición para comprender cualquier sistema de categorías.

El empirismo filosófico, al tener en cuenta el factor físico-biológico, sostendrá además de la evolución de las categorías, la evolución de la razón entendida como facultad o disposición para captar cualquier sistema de categorías.

<sup>1</sup> La mejor manera de caracterizar (y aún muy insuficientemente) la *Asm*, considerada en la modalidad del pensar productor (creador), es ver en ella aquella actividad de la mente *que se propone problemas*. De otro modo: en el pensar productivo se manifiesta con las características *de una actividad orientada hacia algo*, esto es, dotada de una dirección. Y es precisamente esta actividad orientada hacia algo, uno de los tres factores en la no inmutabilidad de todo integrante. Ella se ve en la tentativa del matemático para representarse (visualizar) la cuarta dimensión, en la del filósofo para concebir y representarse un mundo en el cual la causalidad no tuviera vigencia, en la del filósofo para concebir y representarse un espacio no euclideo (antes de que apareciera la geometría no euclideana), en la del físico para representarse el espacio isótropo y los espacios no euclideos. Es por obra suya que el matemático ha llegado al número imaginario, a las funciones continuas sin derivada, a la curva que llena un espacio, a la no vigencia del axioma "el todo es mayor que la parte" en la matemática transfinita, a la no vigencia del principio del tercero excluido en el mismo sector de la matemática. Es por obra suya que el físico ha llegado, por ejemplo, a la ley de inercia. De otro modo: ella se ve en la circunstancia de que una serie de hechos que violentan nuestra intuición de adultos occidentales contemporáneos han llegado a ser integrantes racionales de nuestra sistematización.

<sup>2</sup> El Profesor Anselmo Leoz en un trabajo leído en la Sociedad Argentina de Filosofía ha desarrollado ampliamente esta cuestión, aunque su tesis general difiere de la nuestra. En la misma sociedad será presentado un trabajo en el que se estudian las profundas diferencias entre el evolucionismo de la razón del idealismo histórico de Brunschvicg y la concepción de la razón del empirismo filosófico.